2027

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(x+y)^n = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} x^{n-r} y^r$

ثانية ثانوى
بكالوريا
الوحدة الأولى

(اول 4 شابتر)

مستر
محمد الأزمازي

1 فك المقادير التكعيبية

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

2 تحليل المقادير الجبرية إلى عوامل

$x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$

3 نظرية ذات الحدين

$\binom{n}{r}$

$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} a^{n-r}b^r$

4 نظرية ذات الحدين المتعددة الحدود

$(x+y+z)^n$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(x+y+z)^n$

$T_{r,s,t} = \frac{n!}{r!\,s!\,t!}x^r y^s z^t$

01064745905

"مع مستر محمد الأزمازى الرياضيات تصبح أسهل"

الفصل الأول

١ فك المقادير التكعيبية

* لاحظ أن

* $(س+ص)^3 = س^3 + 3س^2ص + 3سص^2 + ص^3$

مكعب الأول + ٣ × مربع الأول × الثاني + ٣ × الأول × مربع الثاني + مكعب الثاني

* $(س-ص)^3 = س^3 - 3س^2ص + 3سص^2 - ص^3$

ملحوظة في الأولى (معاملات الحدين الأول موجبة دائما ٣/٣)

ⓒ في الثانية لاحظ الإشارات + − + −

* $(س+ص)(س^2-سص+ص^2) = س^3+ص^3$

* $(س-ص)(س^2+سص+ص^2) = س^3-ص^3$

قوانين سابقة مهمة

أمثلة

* فك المقادير الآتية

① $(س+2)^3$ الحل

$س^3 + 3س^2 \times 2 + 3س \times 2^2 + 2^3 = س^3 + 6س^2 + 12س + 8$

② $(3س - 4ص)^3 =$

$(3س)^3 - 3(3س)^2(4ص) + 3(3س)(4ص)^2 - (4ص)^3$

$= 27س^3 - 108س^2ص + 144سص^2 - 64ص^3$

③ $(3س + 2ص)(9س^2 - 6سص + 4ص^2)$

الحل $9س^2 - 6سص + 4ص^2$ هي نفسها $(3س)^2 - (3س)(2ص) + (2ص)^2$

$\therefore (3س+2ص)(9س^2 - 6سص + 4ص^2) = (3س)^3 + (2ص)^3$

$= ٢٧ س^٣ + ٨ ص^٣$

تمارين (محمد الأزهاري)

١ اختر الإجابة الصحيحة

① إذا كان $(س - ٥ص)(س^٢ + ٥س ص + ٢٥ ص^٢) = س^٣ + ك ص^٣$
فإن $ك =$ ...

ⓐ ٢٥ ⓑ -٢٥ ⓒ ١٢٥ ⓓ -١٢٥

② إذا كان $(س + ٢)^٣ = س^٣ + م س^٢ + ١٢ س + ك$
فإن $ك + م =$ ...

ⓐ ١٢ ⓑ ١٤ ⓒ ١٦ ⓓ ١٨

③ إذا كان $(٢س + ص)^٣ = ٨ س^٣ + ك س^٢ ص + ٦ س ص^٢ + ص^٣$
فإن $ك - م =$ ...

ⓐ ٢ ⓑ -٢ ⓒ ٤ ⓓ -٤

④ إذا كان $(٣س - ك)(٤س^٢ - ٣س + ك^٢) = ٨ س^٣ - ٢٧$
فإن $٢م + ٤ك =$ ...

ⓐ ١ ⓑ ٢٤ ⓒ -٨ ⓓ صفر

⑤ إذا كان $(س - ٣)^٣ = س^٣ + م س^٢ + ٢٧ س + ك$
فإن $م + ك =$ ...

ⓐ ٢٨ ⓑ ٦٤ ⓒ -٦٤ ⓓ -٢٨

⑥ إذا كان $(\frac{١}{٢}س - ص)^٣ = ٨ س^٣ + ن س^٢ ص + ٢ س ص^٢ - ص^٣$
فإن $٨ + ن + ٢ =$ ...

ⓐ $\frac{١}{٢}$ ⓑ $\frac{٥}{٢}$ ⓒ $\frac{٧}{٢}$ ⓓ $\frac{٧}{٨}$

③ فك المقادير الآتية

① $(س - ٣)^٣$

② $(٢س + ٣ص)^٣$

③ $(أ - ٢ب)^٣$

④ $(٢ص - ١)(٤ص^٢ + ٢ص + ١)$

⑤ $(\frac{١}{٢}س + ص)^٣$

⑥ $(٤س - ٥ص)^٣$

⑦ $(أ - ٣ب)(أ^٢ + ٣أب + ٩ب^٢)$

⑧ $(س + ١)^٣$

⑨ $(٢س + ٢)^٣$

⑩ $(٢س + ٥ص)^٣$

⑪ $(س - ٤)^٣$

⑫ $(٢س - ٣)^٣$

⑬ $(٨س + ٣ص)^٣$

⑭ $(٣س - ٥ص)^٣$

⑮ $(س + ٢)(س^٢ - ٢س + ٤)$

⑯ $(٢أ + ٣ب)(٤أ^٢ - ٦أب + ٩ب^٢)$

⑰ $(س - ٣)(س^٢ + ٣س + ٩)$

⑱ $(٢س - ص)(٤س^٢ + ٢سص + ص^٢)$

⑲ $(٣س - ٢ص)(٩س^٢ + ٦سص + ٤ص^٢)$

⑳ $(س - ٥ص)^٣$

㉑ $(س - ٦)^٣$

㉒ $(أس + بص)^٣$

㉓ $(\frac{١}{٢}س - \frac{١}{٤})^٣$

الفصل الأول

② تحويل المقادير التكعيبية إلى عوامل

⑤ نتذكر أن $س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - س ص + ص^2)$

$س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$

مثال: حلل المقادير الآتية إلى عوامل

① $س^3 + 27$

الحل

$= (س + 3)(س^2 - 3س + 9)$

② $2س^3 - 250ص^3$

$= 2(س^3 - 125ص^3)$

$= 2(س^3 - (5ص)^3)$

$= 2(س - 5ص)(س^2 + 5س ص + 25ص^2)$

③ $أ^6 - 64ب^6$

الحل

$= (أ^3)^2 - (8ب^3)^2$

$= (أ^3 - 8ب^3)(أ^3 + 8ب^3)$

$= (أ - 2ب)(أ^2 + 2أب + 4ب^2)(أ + 2ب)(أ^2 - 2أب + 4ب^2)$

④ $س^6 + 7س^3 - 8$

الحل نعتبر $س^3 = ص$

$= ص^2 + 7ص - 8$

$= (ص + 8)(ص - 1)$

$= (س^3 + 8)(س^3 - 1)$

$= (س + 2)(س^2 - 2س + 4)(س - 1)(س^2 + س + 1)$

ملحوظة: ترتيب العوامل ليس له أهمية حسب الترجمة

تدريب حلل المقادير الآتية

(أ) $س^3 - 125$ (ب) $27س^3 + 8$ (ج) $س^6 + 26س^3 - 27$

تدريبات

(1) حلل المقادير الآتية إلى عواملها

(1) $8س^3 + 125$ (2) $125س^3 + 64$

(3) $8س^3 + 27ص^3$ (4) $64س^3 - 27$

(5) $8س^3 - 125ص^3$ (6) $45س^2 - 27ص^3$

(7) $س^6 - 64ص^6$ (8) $س^6 - 1$

(9) $س^6 - 64ص^6$ (10) $س^6 - 7س^3 - 8$

(11) $س^6 - 4س^3ص^3 - 32ص^6$

(12) $س^6 - 16س^3ص^3 + 64ص^6$

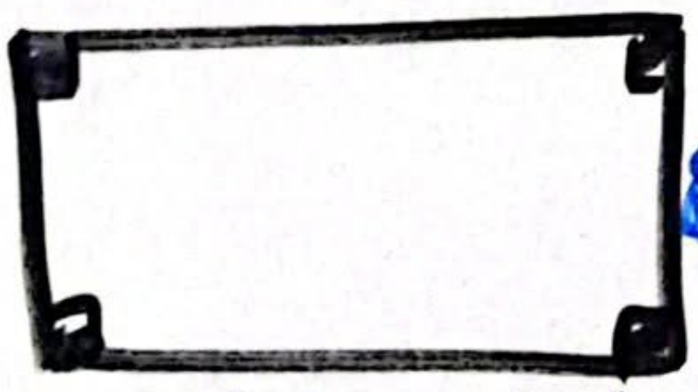
تمرين في الشكل المقابل

مستطيل

(1) أوجد مساحته بدلالة س، ص

(2) أوجد المحيط بدلالة س، ص

لو كان مساحته = $س^2 - 4ص^2$



$(س + 2ص)(س + 8ص)$

الفصل الأول

② نظرية ذات الحدين

* سرعة على التباديل والتوافيق والمضروب

ل

ل

(1) $ق_{ن}^{ر} = \frac{ل_{ن}^{ر}}{ل_{ر}}$

مثال: $ق_{٥}^{٣} = \frac{ل_{٥}^{٣}}{ل_{٣}} = \frac{٣ \times ٤ \times ٥}{١ \times ٢ \times ٣} = ١٠$

(2) $ق_{ن}^{ن} = ١$

(3) $ق_{ن}^{٠} = ١$

مثال: $ق_{٥}^{٥} = ١$ ، $ق_{٥}^{٠} = ١$

أو نكتبها بالصيغة $ل_{ن} = ن ! \div ق_{ن}^{ر}$ حيث $ل_{٥} = ٥ ! = ١٢٠$

الحد العام في مفكوك ذات الحدين $(س + ص)^{ن}$

مسألة

$(س + ص)^{ن}$ فإن الحد الذي يحتوي على $س^{ن-ر} ص^{ر}$

يكون $\boxed{ق_{ن}^{ر} (س)^{ن-ر} (ص)^{ر}}$

نقول إن $(س)$ هو $ن-ر$ ، أس $(ص)$ هو $ر$

مثال: $(س + ص)^{٥}$ فإن الحد الذي يحتوي على $س^{٣} ص^{٢}$

هو $ق_{٥}^{٣} (س)^{٢} (ص)^{٣} = ١٠ س^{٢} ص^{٣}$

$ن = ٥$
$ر = ٢$

ومعامل هذا الحد $= ١٠$

مثال آخر: أوجد في مفكوك $(س - ٢ص)^{٦}$ والمطلوب إيجاد الحد الذي يحتوي على $س^{٤}$

الحل المطلوب هو $\int_{-2}^{3} (x^2+y^2)\,dy = 10x^2y^2 - 4x^2y^3 = 60x^2$

تعريف: أوجد الحد الذي يحتوي على x^3y^4 في مفكوك $(x+y)^7$

الحل: أوجد الحد الذي يحتوي على x^4y^3 في مفكوك $(x-2y)^7$

التعريف العام لنظرية ذات الحدين

$$(x+y)^n = {}^nC_0 x^n + {}^nC_1 x^{n-1}y + {}^nC_2 x^{n-2}y^2 + {}^nC_3 x^{n-3}y^3 + \cdots + {}^nC_n y^n$$

مثال: مفكوك $(x+2)^5$

$$= {}^5C_0 x^5 + {}^5C_1 x^4(2) + {}^5C_2 x^3(2)^2 + {}^5C_3 x^2(2)^3 + {}^5C_4 x(2)^4 + {}^5C_5 (2)^5$$

مثال: أوجد معامل x^4 في مفكوك $(2x-3)^7$

الحل: نحن نريد الحد الذي يحتوي x^4 ∴ أس x في الحد العام $= 4$ ∴ $r = 4$

الحد العام $= {}^7C_4 (2x)^3 (-3)^4 = \frac{7\times6\times5}{1\times2\times3} \times 8x^3 \times 81$

$= 2268x^4$

∴ معامل x^4 هو 2268

مثال ٢ أوجد $(س^3 - ص^2)^4$ باستخدام نظرية ذات الحدين

الحل $\binom{4}{0}(س^3)^4 + \binom{4}{1}(س^3)^3(-ص^2) + \binom{4}{2}(س^3)^2(-ص^2)^2$

$+ \binom{4}{3}(س^3)(-ص^2)^3 + \binom{4}{4}(-ص^2)^4$

وبالتعويض

$= ١ س^{12} - ٤ س^9 ص^2 + ٦ س^6 ص^4 - ٤ س^3 ص^6 + ص^8$

الملاحظة لاحظ إيجاد معامل حد معين مثلاً نستخدم

$\binom{ن}{ر} س^{ن-ر} ص^ر$

اختبارات

تدريبات

١ اختر الإجابة الصحيحة

١ معامل الحد الذي يحتوي على $س^3 ص^2$ في فك $(س + ص)^5$

أ ٦ ب ١٠ ج ٤ د ٥

٢ معامل الحد الذي يحتوي على $س^4 ص^3$ في فك $(س + ص)^7$

أ ٣٥ ب ٢١ ج ١٤ د ٧

٣ معامل الحد الذي يحتوي على $س^4 ص^2$ في فك $(س - ص)^6$

أ ٥٠ ب ٦٠ ج ١٠٠ د ٦٠

٤ معامل الحد الذي يحتوي على $س^4$ في فك $(٣س - ٤)^5$

أ ١٥ ب ١٥- ج ٧٥٠ د ٧٥٠-

(٥) إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين (س، ص) يساوي ٠,٨ وكان مجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (س) يساوي ٢٥ ومجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (ص) يساوي ٤٠ فإن مجموع حاصل ضرب الانحرافات المعيارية للمتغيرين (س، ص) يساوي ...

أ) ١٠ ب) ٩ ج) ٨ د) ٧

(٦) إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين (س، ص) يساوي ٠,٦ وكان مجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (س) يساوي ٢٥ ومجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (ص) يساوي ٤٠ فإن مجموع حاصل ضرب الانحرافات المعيارية للمتغيرين (س، ص) يساوي ...

أ) ١٠ ب) ٨ ج) ٧ د) ٦

(٧) إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين (س، ص) يساوي ٠,٨ وكان مجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (س) يساوي ٢٥ ومجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (ص) يساوي ٤٠ فإن مجموع حاصل ضرب الانحرافات المعيارية للمتغيرين (س، ص) يساوي ...

أ) ٢٠ ب) ١٦ ج) ١٠ د) ٨

(٨) إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين (س، ص) يساوي ٠,٦ وكان مجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (س) يساوي ٢٥ ومجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (ص) يساوي ٤٠ فإن مجموع حاصل ضرب الانحرافات المعيارية للمتغيرين (س، ص) يساوي ...

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

(٩) إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين (س، ص) يساوي ٠,٨ وكان مجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (س) يساوي ١٨ ومجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (ص) يساوي ٥٠ فإن مجموع حاصل ضرب الانحرافات المعيارية للمتغيرين (س، ص) يساوي ...

أ) ٣٦ ب) ٤٠ ج) ٤٥ د) ٦٠

(١٠) إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين (س، ص) يساوي ٠,٨ وكان مجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (س) يساوي ٢٥ ومجموع مربعات الانحرافات المعيارية للمتغير (ص) يساوي ٤٠ فإن مجموع حاصل ضرب الانحرافات المعيارية للمتغيرين (س، ص) يساوي ...

أ) ١٠ ب) ١٦ ج) ٢٠ د) ٣٢

(٧) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ ∪ $[\frac{5}{2}, \infty)$

(٦) $(1, 2)$ ∪ $[3, \infty)$

(٥) $[-\frac{1}{3}, 5]$ ∪ $[7, \infty)$

(٤) $(-\infty, -3)$ ∪ $(-3, 3)$ ∪ $(3, \infty)$

(٣) $(-\infty, -3)$ ∪ $(-3, 3)$ ∪ $(3, \infty)$

(٢) $(-\infty, -3)$ ∪ $(-3, 3)$ ∪ $(3, \infty)$

(١) $(-\infty, -3)$ ∪ $(-3, 3)$ ∪ $(3, \infty)$

(١٠) $(-\infty, -3)$ ∪ $(-3, 3)$ ∪ $(3, \infty)$

(٩) $(-\infty, -3)$ ∪ $(-3, 3)$ ∪ $(3, \infty)$

(٨) $(-\infty, -3)$ ∪ $(-3, 3)$ ∪ $(3, \infty)$

(١١) $(-\infty, -3)$ ∪ $(-3, 3)$ ∪ $(3, \infty)$

(١٢) إذا كان معدل تغير $f(x)$ عند $x = a$ يساوي صفرًا فإن $f'(a) =$

(أ) ٥ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(١٣) إذا كان معدل تغير $f(x)$ عند $x = a$ يساوي صفرًا فإن $f'(a) =$

(أ) ٥ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(١٤) إذا كان معدل تغير $f(x)$ عند $x = a$ يساوي صفرًا فإن $f'(a) =$

(أ) ٥ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(5) أوجد كل مما يأتي

① $(س+ص)^{٢}$ ② $(٣س-٢ص)^{٥}$

③ $(س+ص)^{٤}$ ④ $(٢س-ص)^{٤}$

⑤ $(س+ص)^{٤}$ ⑥ $(٢-ع)^{٥}$

⑦ $(٢س+٣ص)^{٥}$ ⑧ $(س-٣)^{٦}$

⑨ $(٢س-٣ص)^{٦}$ ⑩ $(س+\frac{١}{٣})^{٦}$

ملحوظة هذا يمكن $(٢س^{٢}-١)^{٨}$
اثبت ان $أ س(س)$ داخل كل الاقواس هو ٢ مثل ١

نظرية ذات الحدين المتعددة الحدود

عند فك $(س+ص+ع)^{م}$ فان الحد العام يكتب

على صورة $\frac{ل!}{ك!\,ر!\,ن!}\, س^{ك}\, ص^{ر}\, ع^{ن}$

بشرط ان $ك+ر+ن = م$

ملحوظة
$ك!\, ر!\, ن!$ أس $س$ أس $ص$ أس $ع$
ويجب ان يساوى الاس الكلى للقوس

مثال ١ أوجد معامل الحد $س^{٤}\, ص^{٣}\, ع$ في مفكوك $(س+ص+ع)^{٨}$

الحل

$$\frac{ل!}{٤!\,٣!\,١!}\, س^{٤}\, ص^{٣}\, ع = ٢٨٠\, س^{٤}\, ص^{٣}\, ع$$

∴ المعامل هو ٢٨٠

تمرين ! إذا كان المستقيمان المعطيان متعامدين (متعامدين)
فإن ميل أحدهما = سالب مقلوب ميل الآخر

تمرين ! إذا كان المستقيمان المعطيان متوازيين فإن ميل (متساويان)

(أ) متعامدان (ب) متوازيان (ج) متطابقان (د) متقاطعان

تمرين ! إذا كان المستقيمان المعطيان متعامدين فإن ميل (حاصل ضرب الميلين = -1)

(أ) متوازيان (ب) متعامدان (ج) متطابقان (د) متقاطعان

تمرين ! إذا كان المستقيمان المعطيان متوازيين فإن ميل (متساويان)

(أ) متعامدان (ب) متوازيان (ج) متطابقان (د) متقاطعان

تمرين ! إذا كان المستقيمان المعطيان متعامدين فإن ميل (حاصل ضرب الميلين = -1)

(أ) $\frac{-1}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) -3 (د) 3

تمرين ! معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-3,2)$ وميله $\frac{1}{3}$ هي

(أ) $y-2=\frac{1}{3}(x+3)$ (ب) $y+2=\frac{1}{3}(x-3)$

(ج) $y-2=-3(x+3)$ (د) $y+2=-3(x-3)$

تمرين ! معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-3,2)$ وميله -3 هي

(أ) $y-2=\frac{1}{3}(x+3)$ (ب) $y+2=\frac{1}{3}(x-3)$

(ج) $y-2=-3(x+3)$ (د) $y+2=-3(x-3)$

تمرين ! معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-3,2)$ وميله $\frac{-1}{3}$ هي

(أ) $y-2=\frac{1}{3}(x+3)$ (ب) $y+2=\frac{1}{3}(x-3)$

(ج) $y-2=-3(x+3)$ (د) $y+2=-3(x-3)$

تمرين ! معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-3,2)$ وميله 3 هي

(أ) $y-2=\frac{1}{3}(x+3)$ (ب) $y+2=\frac{1}{3}(x-3)$

(ج) $y-2=-3(x+3)$ (د) $y+2=-3(x-3)

---

① اثبات کنید که $\sqrt{2}$ عدد گویا نیست.

---

② اثبات کنید که $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ عدد گویا نیست.

---

③ اثبات کنید که $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ عدد گویا نیست.

---

④ اثبات کنید که $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ عدد گویا نیست.